## F15-T3-A1

Gegeben seien eine Gruppe $G$ und drei Untergruppen $U_1, U_2, V \subseteq G$ mit der Eigenschaft $V \subseteq U_1 \cup U_2$. Zeigen Sie, dass $V \subset U_1$ oder $V \subseteq U_2$ gilt.

*Lösungsvorschlag.* Wir nehmen oBdA an, dass Elemente $a \neq b \in V \setminus U_1 \cap U_2$ existieren. Wir wollen zeigen, dass $a \in U_1$, $b \in U_2$ unmöglich ist. Angenommen nämlich, dies wäre der Fall. Dann wäre aber $ab \notin U_1$ und $ab \notin U_2$ (angenommen beispielsweise, $ab \in U_1$, dann $b = a^{-1}ab \in U_1$, ein Widerspruch), was unmöglich ist wegen $ab \in V \subset U_1 \cup U_2$ nach Voraussetzung.