Math Semesterber (2017) 64:129–146
DOI 10.1007/s00591-017-0201-8

DOKUMENTE

Horst F. Niemeyer und das Proportionalverfahren

Ilka Agricola · Friedrich Pukelsheim

Eingegangen: 2. Mai 2017 / Angenommen: 3. Juli 2017 / Online publiziert: 7. August 2017

1 Niemeyers Brief vom 16. Oktober 1970

Als am Mittwoch, 14. Oktober 1970, der Marburger Mathematikprofessor Horst Niemeyer die Frankfurter Allgemeine Zeitung aufschlug, ahnte er sicher nicht, dass seine Lektüre das Verfahren, mit dem die Sitze in Ausschüssen, im Bundestag und in anderen parlamentarischen Gremien damals vergeben wurden, nachhaltig verändern sollte und er zum Namenspatron des geänderten Verfahrens werden würde.

Der hier im Anhang abgedruckte Brief, den Niemeyer am 16. Oktober 1970 an das Bundestagspräsidium schrieb, gehört zu den historischen Dokumenten der Mathematik in Deutschland im 20. Jahrhundert [6]. Er zeigt exemplarisch, welche gesamtgesellschaftliche Bedeutung der Mathematik zukommt und wie wichtig es für ein Land ist, unabhängige Wissenschaftler zu haben.

2 Der 6. Deutsche Bundestag 1969–1972

Zunächst zur Vorgeschichte. Nach der Bundestagswahl am 28. September 1969 stellte zum ersten Mal nicht mehr die Union den Bundeskanzler, sondern der Sozialdemokrat Willy Brandt führte eine sozialliberale Koalition aus SPD und FDP an. Im Übrigen blieben die Verhältnisse übersichtlich. Der 6. Deutsche Bundestag umfasste 496 Sitze, aufgeteilt auf die drei Fraktionen von CDU/CSU, SPD und FDP.

I. Agricola (✉)
Fachbereich Mathematik und Informatik, Philipps-Universität Marburg,
Hans-Meerwein-Straße, 35032 Marburg, Deutschland
E-Mail: agricola@mathematik.uni-marburg.de

F. Pukelsheim
Institut für Mathematik, Universität Augsburg, 86135 Augsburg, Deutschland
E-Mail: pukelsheim@math.uni-augsburg.de

Eine Besonderheit waren früher die Berliner Abgeordneten im Bundestag. Aufgrund des Vier-Mächte-Status von Berlin wurden sie nicht in der allgemeinen Wahl gewählt, sondern vom Berliner Abgeordnetenhaus in den Bundestag delegiert. Sie durften zwar nicht über Gesetzesvorlagen abstimmen, waren aber bei Geschäftsordnungsfragen entscheidungsberechtigt, genossen volles Rederecht und konnten Funktionen im Parlament übernehmen. Auch wurden sie bei der Besetzung der Ausschüsse mitberücksichtigt, weswegen wir sie hier in die Betrachtung mit einbeziehen.

Bei Mitberücksichtigung der 22 Berliner Abgeordneten ergaben sich zu Beginn der 6. Wahlperiode Fraktionsstärken von $242 + 8 = 250$ Sitzen für die CDU/CSU, $224 + 13 = 237$ Sitzen für die SPD und $30 + 1 = 31$ Sitzen für die FDP. Somit verfügte die sozialliberale Koalition über eine Mehrheit von 254 : 242 Sitzen ohne die 22 Berliner Abgeordneten beziehungsweise von 268 : 250 Sitzen mit den 22 Berliner Abgeordneten.

Allerdings gab es innerhalb der FDP strikte Gegner der sozialliberalen Koalition und der von Kanzler Brandt vertretenen neuen Ostpolitik. Am 9. Oktober 1970 traten deswegen die FDP-Abgeordneten Erich Mende, Siegfried Zoglmann und Heinz Starke aus ihrer Partei aus und schlossen sich der CDU/CSU-Bundestagsfraktion an. Die Unionsfraktion zählte nun $245 + 8 = 253$ Mitglieder und die FDP-Fraktion $27 + 1 = 28$, die SPD verblieb bei ihren $224 + 13 = 237$ Sitzen. Die sozialliberale Koalition behielt ihre Bundestagsmehrheit, auch wenn der Vorsprung vor der Unionsopposition kleiner wurde.[1]

3 Regierungsmehrheit heißt nicht Ausschussmehrheit

An die neuen Fraktionsstärken mussten nun auch die Ausschussbesetzungen neu angepasst werden. Mit Erschrecken und Unverständnis stellten die Parlamentarier fest, dass Ungeheures drohte: Die Regierungskoalition verlor die Ausschussmehrheit an die Opposition!

Die Mehrheitsumkehr trat bei vier Ausschüssen mit 17 Mitgliedern ein (Geschäftsordnung, wirtschaftliche Zusammenarbeit, Sport, Strafrechtsreform) und bei sechs Ausschüssen mit 33 Mitgliedern (Auswärtiges, Finanzen, Haushalt, Wirtschaft, Ernährung, Arbeit). Nach üblicher Rechnung entfielen von 17 Ausschusssitzen nun 8 auf die SPD und keiner auf die FDP, dagegen 9 auf die Union. Von 33 Ausschusssitzen bekam die SPD neu 15 Sitze und die FDP einen, die Union 17. Mit 8 : 9 beziehungsweise 16 : 17 Sitzen lag die Ausschussmehrheit jeweils bei der Opposition.

Friedrich Karl Fromme,[2] Korrespondent der FAZ in Bonn und später von 1974 bis 1997 Leiter des Ressorts Innenpolitik bei der FAZ, thematisierte die Problematik unter der Überschrift „Regierungsmehrheit heißt nicht Ausschussmehrheit“ [3].

[1] Mehr Einzelheiten hierzu im Datenhandbuch des Deutschen Bundestages [13]. Das von Peter Schindler akribisch zusammengestellte Datenhandbuch, im parlamentarischen Jargon auch „Schindlers Liste“ genannt, ist eine Schatztruhe voller Informationen über frühere Wahlperioden.

[2] In Niemeyers Schriften sind die Initialen irrtümlich vertauscht zu K.F. Fromme.

Für die Verteilungsrechnung war damals das D'Hondt-Verfahren üblich.[3] Fromme schrieb, dass eine

> „Lösung wäre, das D'Hondtsche Verfahren durch ein anderes zu ersetzen, das aber schwer zu finden sein dürfte."

Der eher beiläufige Nachsatz, dass ein anderes Verfahren nur schwer zu finden sein dürfte, brachte wohl den Mathematiker in Niemeyer zum Schmunzeln. Jedenfalls wies Niemeyer mit seinem Brief vom 16. Oktober 1970 die Politik darauf hin, dass unschwer eine andere Sitzzuteilungsmethode zu finden ist, die das Problem der Mehrheitstreue bei den besagten Ausschussbesetzungen löst [6].

Niemeyer begründete die andere Zuteilungsmethode damit, dass ihr „genaue Proportionalzahlen" zu Grunde liegen, gab der Methode allerdings keinen Namen. Die Namensgebung holten die überzeugten Parlamentarier flugs nach und sprachen vom Niemeyer-Verfahren. Im deutschsprachigen Raum hat sich der Name „Hare/Niemeyer-Verfahren" durchgesetzt.[4]

Bevor wir mehr zu Niemeyers Rolle als Namenspatron sagen, wollen wir die zahlenmäßigen Gegebenheiten, die damals im Raum standen, kurz Revue passieren lassen und das Problem der Mehrheitstreue noch einmal genauer in den Blick nehmen.

4 Ausschussbesetzungen nach D'Hondt und Hare/Niemeyer

Alle gängigen Zuteilungsmethoden sind Proportionalverfahren, die das Problem nicht ganzzahliger Abgeordneter mathematisch unterschiedlich angehen.

Der alternative Name „Divisormethode mit Abrundung" für das D'Hondt-Verfahren deutet besonders transparent den vorgeschlagenen Rechenweg an:

> *Die gesuchten Sitzzahlen erhält man durch Teilung der Fraktionsstärken mit einem gemeinsamen Divisor und Abrundung der sich ergebenden Quotienten. Der Divisor wird so bestimmt, dass die Summe aller Sitzzahlen die Ausschussgröße ausschöpft.*

Tab. 1 wendet den Rechenweg auf die Fraktionsstärken vom 9. Oktober 1969 an, nachdem die drei FDP-Abgeordneten zur Unionsfraktion gewechselt hatten. Die beiden mittleren Spalten betreffen Ausschussgröße 17, die beiden letzten Spalten Ausschussgröße 33. Bei Ausschussgröße 17 entfällt auf je 28,1 Fraktionssitze rund

[3] D'Hondt schrieb seinen Namen mit einem großen Buchstaben D [12, Sect. 16.7];wir folgen seinem Selbstverständnis. Das D'Hondt-Verfahren firmiert in [11] alternativ und aus systematischerer Sicht als „Divisormethode mit Abrundung".

[4] In [11] wird die Bezeichnung „Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten" verwendet. Im angelsächsischen Raum sind die Namen „Hamilton-Methode" oder „largest remainders method" gängig [1].

Tab. 1 D'Hondt-Verfahren als Divisormethode mit Abrundung. Auf je 28,1 bzw. 14,85 Fraktionssitze entfällt rund ein Ausschusssitz. Die Regierungsmehrheit von SPD und FDP mit $237 + 28 = 265$ Bundestagssitzen gerät mit 8 : 9 bzw. 16 : 17 Ausschusssitzen in die Minderheit

Fraktion	Stärke	Quotient	Sitze	Quotient	Sitze
CDU/CSU	253	9,004	9	17,04	17
SPD	237	8,4	8	15,96	15
FDP	28	0,996	0	1,9	1
Summe (Divisor)	518	(28,1)	17	(14,85)	33

ein Ausschusssitz, bei Ausschussgröße 33 auf je 14,85 Fraktionssitze.[5] In den Spalten „Quotient" werden so viele Nachkommastellen angegeben, dass die anzuwendende Abrundung ins Auge springt.

Das Hare/Niemeyer-Verfahren vergibt für jedes Erreichen einer festen Quote von Fraktionssitzen einen Ausschusssitz. Als Quote dient der Quotient aller Fraktionssitze dividiert durch alle Ausschusssitze; diese Zahl wird auch „Hare-Quote" genannt. Etwaige Restsitze werden nach den größten verbleibenden Stärkeanteilen zugeteilt:

> *Pro Erreichen der Hare-Quote gibt es einen Ausschusssitz. Zudem erhalten die Fraktionen, deren Quotienten aus Fraktionsstärke und Hare-Quote die größten Bruchteile haben, je einen Sitz, bis die Summe aller Sitzzahlen die Ausschussgröße ausschöpft.*

Tab. 2 zeigt wieder die Anwendung auf die Fraktionsstärken vom 9. Oktober 1969. In den Spalten „Quotient" werden drei Nachkommastellen angegeben, um die Reihung der Quotienten nach ihren Bruchteilen zu erleichtern: 0,919 FDP, 0,778 SPD, 0,303 CDU/CSU beziehungsweise 0,784 FDP, 0,118 CDU/CSU, 0,098 SPD.

Diese Beispiele verdeutlichen schön den Unterschied zwischen Divisormethoden und Quotenmethoden. Divisormethoden benutzen eine feste Rundungsregel und lassen den Divisor flexibel. Die Flexibilität des Divisors wird ausgenutzt, um die Ausschussgröße voll auszuschöpfen. Die Rundungsregel beim D'Hondt-Verfahren ist die Abrundung; es gibt auch Divisormethoden, denen eine andere Rundungsregel zu Grunde liegt (zum Beispiel die Standardrundung: dazu später mehr).

Quotenmethoden benutzen einen festen Divisor und lassen die Rundungsregel flexibel. Die Flexibilität der Rundungsregel wird wiederum dazu eingesetzt, die Ausschussgröße voll auszuschöpfen. Der feste Divisor beim Hare/Niemeyer-Verfahren ist die Hare-Quote; es gibt auch Quotenmethoden, die auf einer anderen Quote beruhen.

[5] Für Ausschussgröße 17 lassen sich die Grenzen des Intervalls, in dem der Divisor variieren kann, aus der Spalte „Quotient" ablesen. Mit einem Divisor kleiner als $28/1 = 28$ würden mehr als 17 Ausschusssitze vergeben. Mit einem Divisor größer als $253/9 = 28,\overline{1}$ kämen weniger als 17 Sitze heraus. Jede Zahl zwischen 28 und $28,\overline{1}$ kann als Divisor dienen. Für den zitierten Divisor 28,1 ist die Intervallmitte $28,0\overline{5}$ so gerundet, dass möglichst wenig signifikante Ziffern verbleiben, ohne das Innere des Intervalls zu verlassen. Für Ausschussgröße 33 erstreckt sich das Divisorintervall von $237/16 = 14,8125$ bis $253/17 = 14,8824$. Die Intervallmitte 14,8474 ist gerundet zum Zitierdivisor 14,85.

Tab. 2 Hare/Niemeyer-Verfahren als Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten. Pro Hare-Quote ($518/17 = 30{,}471$ bzw. $518/33 = 15{,}697$) gibt es einen Ausschusssitz. Die Restsitze werden nach größten Bruchteilen der Quotienten zugeteilt: an FDP und SPD bzw. an FDP. Die Regierungsmehrheit behält die Mehrheit in den Ausschüssen

Fraktion	Stärke	Quotient	Sitze	Quotient	Sitze
CDU/CSU	253	8,303	8	16,118	16
SPD	237	7,778	8	15,098	15
FDP	28	0,919	1	1,784	2
Summe (Quote)	518	(30,471)	17	(15,697)	33

5 Mehrheitsklausel von Niemeyer

Zurück zu Niemeyers Brief vom Oktober 1970 [6]. Bereits am 4. November 1970 beschloss der Bundestag, die Berechnung der Ausschusssitze auf „das System der sogenannten mathematischen Proportion nach Hare/Niemeyer“ [13] umzustellen. Somit war erreicht, dass die Mehrheitsverhältnisse in den Ausschüssen wieder denen im Plenum entsprachen.

Mathematikerinnen und Mathematikern dürfte sofort die neugierige Frage nach Allgemeingültigkeit durch den Kopf gehen. Ist es *immer* so, dass das Hare/Niemeyer-Verfahren eine Koalitionsmehrheit mehrheitstreu abbildet?

Die Antwort ist ein plattes „Nein“: die Frage ist falsch gestellt. Denn eine Koalition besteht ihrem Wesen nach aus zwei oder mehr Partnern. Bei der Zuteilungsrechnung ist aber jeder einzelne Partner Rundungseffekten ausgesetzt, die sich mal als glücklich, mal als nachteilig erweisen können. In der Koalition überlagert sich dann Glück und Pech aller ihrer Partner. In der speziellen Situation von 1970 wurde die Mehrheitstreue für die Regierungskoalition zwar gerettet, aber man kann nicht erwarten, dass sich die Überlagerung zufälliger Rundungseffekte insgesamt immer positiv auswirkt.

Die mathematische Haltung zu einer falschen Frage ist, sie richtig zu stellen. Verzichten wir also auf Koalitionen und betrachten die Parteien (oder Fraktionen), die zur Sitzzuteilung zugelassen sind, einzeln. Die richtige Frage lautet: Wenn in einer Wahl eine Partei mit einer Absolutmehrheit an Stimmen siegt, ist es dann *immer* so, dass ihr im Parlament eine Absolutmehrheit an Sitzen garantiert ist?

Die Antwort ist auch hier „Nein“, aber ein differenzierteres Nein. Niemeyer diskutierte die Frage bei einer Anhörung im Niedersächsischen Landtag 1977, die das Kommunalwahlgesetz zum Thema hatte [7]. Er erläuterte an Hand von Beispielen, dass das D’Hondt-Verfahren im Durchschnitt stärkere Parteien auf Kosten schwächerer Parteien begünstige. Diese Verzerrung könne dazu führen, dass einer Partei ohne Absolutmehrheit an Wählerstimmen trotzdem eine Absolutmehrheit an Sitzen in den Schoß fällt.

Mit anderer Einkleidung ist das rechnerische Problem dasselbe wie in Tab. 1. Dort verfehlt die Unionsfraktion mit 253 von 518 Abgeordneten die Absolutmehrheit im Bundestag. Trotzdem fabriziert das D’Hondt-Verfahren Absolutmehrheiten im Ausschuss mit 9 von 17 Ausschusssitzen und mit 17 von 33.

Wie steht es um die Mehrheitstreue beim Hare/Niemeyer-Verfahren? Niemeyer zeigte an Beispielen, dass Mehrheitstreue nicht garantiert ist [7–9]. In Tab. 3 verei-

Tab. 3 Verletzung der Mehrheitstreue durch die Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten. Partei A gewinnt eine Absolutmehrheit an Stimmen, verfehlt aber die Absolutmehrheit im Gemeinderat

Partei	Stimmen	Quotient	Sitze
A	50 600	50,60	50
B	40 650	40,65	41
C	9 750	9,75	10
Summe (Quote)	101 000	(1 000)	101

nigt Partei A mit 50 600 von 101 000 Stimmen eine Absolutmehrheit der Wähler auf sich, erreicht jedoch mit 50 von 101 Sitzen keine Absolutmehrheit im Gemeinderat. Der Grund ist, dass Partei A bei der Verteilung der zwei Restsitze leer ausgeht.

Anhand dieses Beispiels motiviert Niemeyer eine einfache Reparaturmöglichkeit [7]:

> „Man könnte nur in den Fällen, wo eine Partei die absolute Mehrheit der Stimmen erhalten habe, ohne die Mehrheit der Sitze zu bekommen, von der vorgegebenen Verteilung nach Zahlenbruchteilen abweichen und dieser Partei vorrangig einen Restsitz zuteilen."

Wir bezeichnen diese Modifikation als „Mehrheitsklausel von Niemeyer". In Tab. 3 transferiert sie im Endergebnis einen Sitz von B nach A. Mit 51 von 101 Ratssitzen wird für Partei A die Absolutmehrheit im Rat doch noch hergestellt.

Der aufrichtige Hinweis von Niemeyer, dass zur Sicherung von Mehrheitstreue sein Proportionalverfahren einer Mehrheitsklausel bedarf, wurde gelegentlich missverstanden. Die Fehlinterpretation ging dahin, dass das Thema Mehrheitstreue *nur* das Hare/Niemeyer-Verfahren betreffe, nicht aber andere Zuteilungsmethoden. Eine solche Sicht ist in den Bundestagsdrucksachen zu finden.

6 Ein solches Ergebnis befriedigt nicht

Unter der sozialliberalen Koalition von Kanzler Helmut Schmidt in der 9. Wahlperiode wurde das Hare/Niemeyer-Verfahren auch für die Zuteilung der Sitze des Bundestages übernommen. Als Hauptargument wurde angeführt, dass das Hare/Niemeyer-Verfahren eine bessere Übertragung der Stimmenverhältnisse auf die Sitzverhältnisse bewirke als das bis anhin benutzte D'Hondt-Verfahren.

Die Bundestagsdrucksache 9/1913 vom 12. August 1982 weist allerdings darauf hin, dass das Hare/Niemeyer-Verfahren in Grenzfällen dazu führen könne, dass eine Absolutmehrheit an Stimmen nicht eine Absolutmehrheit an Sitzen zur Folge habe. Die Autoren der Drucksache schlussfolgern:

> „Ein solches Ergebnis befriedigt nicht."

Zur Vermeidung solcher Ungereimtheiten sei der Gesetzentwurf um die Mehrheitsklausel von Niemeyer ergänzt. Sieht man genauer hin, sind die Ungereimtheiten jedoch andere, als die Autoren zu glauben scheinen.

Tab. 4 Beispiel aus Bundestagsdrucksache 9/1913. Trotz Absolutmehrheit an Stimmen verfehlt Partei A die Absolutmehrheit im Bundestag. Dies gilt beim Hare/Niemeyer-Verfahren (H/N, mit Hare-Quote 74 978,5) wie auch beim D'Hondt-Verfahren (D'H, mit Divisor 74 700)

Partei	Stimmen	Quotient	H/N	Quotient	D'H
A	18 594 670	248,000	248	248,9	248
B	12 950 200	172,719	173	173,4	173
C	3 664 459	48,873	49	49,1	49
D	1 980 006	26,408	26	26,5	26
Summe	37 189 335	(74 978,5)	496	(74 700)	496

Dies wird an dem Beispiel deutlich, das in der Drucksache angeführt und in Tab. 4 reproduziert ist. Die Mehrheitspartei A erhält ohne Mehrheitsklausel genau die Hälfte der Sitze (248 von 496) und verpasst die absolute Sitzmehrheit. Erst die Mehrheitsklausel sorgt dafür, dass Partei A nun 249 Sitze bekommt.

Die Zuteilung von nur 248 Sitzen ist aber gar keine Besonderheit des Hare/Niemeyer-Verfahrens! Auch beim D'Hondt-Verfahren entfallen auf Partei A nur 248 Sitze und keine Absolutmehrheit.[6] Die treffende Schlussfolgerung wäre gewesen, dass nicht nur das Hare/Niemeyer-Verfahren, sondern *jede* der gängigen Methoden durch eine Mehrheitsklausel zu modifizieren ist, sofern der Gesetzgeber auf Mehrheitstreue aus ist. Jedenfalls hat er die Mehrheitsklausel für das D'Hondt-Verfahren jahrzehntelang verschlafen.[7]

Summa summarum ist es in der Tat angebracht und zweckdienlich, dem Hare/Niemeyer-Verfahren die modifizierende Mehrheitsklausel von Niemeyer hinzuzufügen.

7 Niemeyers Rolle als Namenspatron

Dass im deutschsprachigen Raum die Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten als Hare/Niemeyer-Verfahren bezeichnet wird, ist als Anerkennung für Niemeyers Initiativbrief vom Oktober 1970 zu werten. Niemeyer selbst betonte wiederholt, dass das Verfahren nicht von ihm stamme, sondern von Thomas Hare (1806–1891) [7–9].

Das Verfahren stammt aber auch nicht von Hare. Hare war ein Verfechter des Systems der übertragbaren Einzelstimme (engl. single transferable vote, STV), das die Personenwahl in den Vordergrund stellt und ohne Parteien und Parteilisten auskommt. Dieses System arbeitet mit einer Quote von Wählerstimmen, die zu erreichen ist, um die Zuteilung eines Sitzes zu rechtfertigen. Als Anzahl von Wählerstimmen muss eine solche Quote eine ganze Zahl sein, keine gebrochene. Deshalb ist die Berufung auf Hare in der heutigen Bezeichnung „Hare-Quote" nicht wirklich präzise.

[6] Wie auch bei allen anderen gängigen Zuteilungsmethoden [11, Abschn. 4.6].Ein Verfahren mit originärem Anspruch der Mehrheitstreue findet sich in [5].

[7] Das D'Hondt-Verfahren ist nur bei ungeraden Gesamtsitzzahlen mehrheitstreu [11, Abschn. 4.6]. Die Regelgröße des Bundestages ist jedoch traditionell gerade.

Was Hare als Quote benutzte, war nicht das Durchschnittsverhältnis von Gesamtstimmen zu Gesamtsitzen selbst, sondern dessen ganzzahliger Teil.

Die Bezeichnung „Hare/Niemeyer-Verfahren“ ist einer von vielen Belegen für „Stiglers Gesetz zur Namensgebung“ [15]. Stiglers Gesetz besagt, dass eine Person, nach der eine wissenschaftliche Gesetzmäßigkeit benannt wird, nicht diejenige ist, die die Gesetzmäßigkeit entdeckt hat. Indem der Autor Stigler diese Erkenntnis als „Stiglers Gesetz“ nach sich selbst benennt, betont er mit selbstreferentieller Bescheidenheit, dass nicht er es ist, der als erster diese Eigenheit von Namensgebungen beschreibt.

Niemeyer selbst unterscheidet zwischen Hare-Verfahren und Hare/Niemeyer-Verfahren [8, 9]. Das Hare-Verfahren ist identisch mit der Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten. Diese Methode wird durch die Mehrheitsklausel von Niemeyer zum Hare/Niemeyer-Verfahren modifiziert. Diese feine Abgrenzung wird nur selten nachvollzogen. In ministeriellen Gesetzgebungsdiensten und angewandten Politikwissenschaften kann man dieses differenzierende Verständnis nicht als gegeben annehmen.

Aus den Texten [7–9] klingt heraus, dass Niemeyer die Mehrheitsklausel als seinen ureigenen Beitrag ansah, dem die Namenserweiterung Hare/Niemeyer-Verfahren Rechnung trägt. Leider schlägt auch hier Stiglers Gesetz zur Namensgebung zu. Schon 1890 findet die Mehrheitsklausel Erwähnung in der Literatur [4]:

> „M. *Pillichody*, de Berne, a proposé, l’an dernier, dans le *Berner Tagblatt*, d’attribuer éventuellement le premier siège complémentaire à la liste qui aurait réuni la majorité des suffrages sans avoir encore obtenu la majorité des représentants.“
>
> Herr *Pillichody* aus Bern hat letztes Jahr im *Berner Tagblatt* vorgeschlagen, gegebenenfalls den ersten Restsitz der Liste zuzuteilen, die eine Absolutmehrheit an Stimmen auf sich vereinigt hat, ohne dabei eine Absolutmehrheit an Sitzen erhalten zu haben.

Leider ist es bisher noch nicht gelungen, den Vorschlag des Herrn Pillichody im Berner Tagblatt ausfindig zu machen.

8 Gold oder Silber?

Nach den aktuellen Anlässen in 1970 [6] und 1977 [7] kam Niemeyer auch später gelegentlich auf die Frage von Sitzzuteilungsmethoden zurück [10, 8, 9]. Offensichtlich war er der festen Überzeugung, dass die Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten das gerechteste Verfahren ist. So setzt sich der Aufsatz [9] zum Ziel zu zeigen, „why the Hare method is the best among proportional voting methods“. Nach Niemeyers Sicht gebührt die Goldmedaille zweifellos der Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten.

Niemeyers Ausgangspunkt für die Problemlösung ist die Dreisatzrechnung. Dies betont auch die Wortwahl. Die Dreisatzergebnisse werden in [6] als „genaue Proportionalzahlen“ präsentiert, in [7] als „genaue proportionale Aufteilung“, in [10] als „exakte Mandatsanteile“, in [8] als „exakte Anteile“ und in [9] als „exact quota“ of seats. Wer wollte schon Zielgrößen zur Seite schieben, die mit Attributen wie „genau“ und „exakt“ in den Mittelpunkt gestellt werden?

Allerdings kann man den Dreisatzansatz auch lockerer sehen. Ein Teil der Literatur „avoids the exact quotas like the bubonic plague“, heißt es in spöttisch-humorvoller Übertreibung in [9]. Ganz so schlimm ist es nicht. Die zu meidende Beulenpest ist furchteinflößend, genaue Proportionalzahlen und exakte Mandatsanteile sind es nicht. Sie sind aber eben auch nicht genau und exakt, weil es in Parlamenten und Ausschüssen nur ganze Mandatsträger gibt und keine gebrochenen.

Die Sitzzuteilungmethode, die dem Hare/Niemeyer-Verfahren die Goldmedaille streitig macht, ist die Divisormethode mit Standardrundung.[8] Dies ist eine der Hauptaussagen der Monographie [1] von Michel Balinski und Peyton Young, die 1982 erschien. Die Autoren publizierten erste Ergebnisse dazu ab 1974, also mehr oder weniger in den Jahren, in denen Niemeyer sich zu diesem Thema in Deutschland engagierte.

Sehr häufig liefern beide Verfahren – die Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten und die Divisormethode mit Standardrundung – dieselbe Sitzzuteilung. Zum Beispiel werden in Tab. 2 die Quotienten mit Bruchteil größer als .5 aufgerundet und sonst abgerundet. Mit anderen Worten: die Quotienten werden standardgerundet. Beide Methoden stimmen im Ergebnis überein, sowohl für Ausschussgröße 17 wie auch für Ausschussgröße 33. Das gilt auch in Tab. 3.[9]

Das Problem der Ausschussbesetzung von 1970 hätte also auch dadurch gelöst werden können, dass man beim bereits verwendeten Divisorverfahren die Rundungsregel ändert: von Abrundung auf Standardrundung. Der subtile Einfluss der Rundungsregel auf die Sitzzuteilung dürfte aber damals den Beteiligten kaum bewusst gewesen sein.

Angesichts der häufigen Übereinstimmungen der beiden Verfahren wundert es nicht, dass sie sich im Durchschnitt gleich verhalten. Beide Methoden sind „unverzerrt“ (engl. unbiased): Bei wiederholten Anwendungen bekommt jeder Beteiligte im Durchschnitt das, was ihm gemäß Dreisatzrechnung zustehen würde. Weder erhalten stärkere Parteien einen Sitzbonus auf Kosten der schwächeren, noch werden schwächere Parteien bevorzugt auf Kosten der stärkeren.[10] Insoweit können beide Zuteilungsmethoden eine Goldmedaille beanspruchen. Wer weiter gehende Unterschiede herausarbeiten will, muss tiefer in die Sensitivitätsanalyse einsteigen.

[8] Die Divisormethode mit Standardrundung wird verbunden mit den Namen von Daniel Webster (1782–1852), André Sainte-Laguë (1882–1950) und Hans Schepers (*1928).

[9] Allerdings führt die Divisormethode mit Standardrundung hier über andere Quotienten zum Ziel. Mit Divisor 1 003 lauten die Quotienten 50,4, 40,53 und 9,7; Standardrundung reproduziert dann das schon bekannte Ergebnis 50 : 41 : 10.

[10] Für Präzisierungen dieser Aussage siehe etwa [1, 11, 12, 14].

9 Paradoxe Paradoxien

Leider gibt es keine Sitzzuteilungsmethode, die sich auf eine kurze und knackige Formel reduzieren ließe. Alle Methoden müssen von iterativen Rechenschritten Gebrauch machen: die Quotenmethoden beim Restausgleich, die Divisormethoden bei der Divisorbestimmung. Nicht-Mathematiker fühlen sich bei dieser Sachlage schnell unwohl, weshalb sie die zu untersuchenden Konstellationen gerne zu Paradoxien überhöhen: Mandatszuwachsparadoxie, Stimmenzuwachsparadoxie, Parteienzuwachsparadoxie u.a.

Das Thema wird in [9] unter der Überschrift „The paradox paradoxa" abgehandelt, weil aus Sicht der Mathematik es paradox erscheint, hochtrabend von Paradoxien zu sprechen. Man muss nur genau hinschauen, was da passiert: Eine Input-Variable wird größer und eine Output-Sitzzahl wird kleiner, obwohl der gesunde Menschenverstand vermuten würde, dass die Sitzzahl ebenfalls größer wird oder zumindest gleich bleibt. Tatsächlich handelt es sich also um Monotoniebrüche. Sie betreffen Situationen, in denen monotone Abhängigkeiten als einzig sachgerecht angesehen würden.

Solche Monotoniebrüche können nur bei Quotenverfahren auftreten. Divisorverfahren zeigen dagegen immer ein Verhalten, das mit der erwarteten Monotonie verträglich ist. Diese Effekte sind durchaus praxisrelevant, wie ein Blick auf die Bundestagsgeschichte zeigt. Letztlich haben sie dazu geführt, dass im Deutschen Bundestag und auch anderso das Hare/Niemeyer-Verfahren von der Divisormethode mit Standardrundung abgelöst wurde.

Die Mandatszuwachsparadoxie wird auch Alabama-Paradox genannt: Die Gesamtsitzzahl steigt, aber einer der Beteiligten bekommt weniger und muss einen Sitz zurückgeben. Diese Gegenläufigkeit wurde zum ersten Mal 1880 in den USA beobachtet, als die Sitze des Repräsentantenhauses an die Mitgliedstaaten zuzuteilen waren, wozu die Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten verwendet werden sollte. Das Malheur betraf Alabama: Bei Hausgröße 299 bekam Alabama acht Sitze, bei Hausgröße 300 dagegen nur sieben. Das Alabama-Paradox hat nicht die Theorie geboren, sondern die Praxis.

In der Praxis des Bundestages machte sich das Alabama-Paradox bei der Vergabe der Ausschussvorsitze bemerkbar. Sei a die Anzahl der Ausschüsse in einer Wahlperiode. Die Fraktionen dürfen in der Reihenfolge auf die Vorsitze zugreifen, wie ein Zuteilungsverfahren $1, 2, ..., a$ fiktive Sitze zuteilen würde. Wenn also der erste fiktive Sitz an die Unionsfraktion geht, bedeutet das, dass sie sich als erstes einen Ausschuss aussuchen darf, um dort den Vorsitz zu übernehmen. Wenn der zweite fiktive Sitz der SPD zufällt, darf die SPD mit der nächsten Auswahl fortfahren und so weiter. Das Hare/Niemeyer-Verfahren kann hierbei Probleme verursachen, denn Instanzen des Alabama-Paradoxes sind gleichbedeutend mit „unlogischen Sprüngen": Ein schon abgehandelter Ausschuss müsste zurückgenommen und einer anderen Fraktion zugesprochen werden. Stattdessen benutzte der Bundestag für die Reihenfolgebestimmung dann die Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt) oder die Divisormethode mit Standardrundung.

Die Stimmenzuwachsparadoxie erfasst Situationen, in denen bei einem Übergang von einer Stimmenverteilung zu einer anderen ein Teilnehmer, dessen Stimmenanteil wächst, einen Sitz abgeben muss an einen Teilnehmer, dessen Stimmenanteil schrumpft. Bei einer Parlamentswahl kann man die Paradoxie kleinreden. Es gibt nur ein einziges amtliches Endergebnis. Es gibt keine zwei Endergebnisse, die zum Vergleich herausfordern.

Jedoch dienen Zuteilungsmethoden auch dazu, im Vorfeld einer Bundestagswahl die 299 Wahlkreise auf die sechzehn Bundesländer zu verteilen. Grundlage dafür sind die Bevölkerungszahlen. Wenn nun ein Land bevölkerungsmäßig wächst und ein anderes schrumpft, dann stößt es auf Unverständnis, dass die Zuteilungsmethode dem wachsenden Land einen Wahlkreis wegnimmt und dem Land mit zurückgehender Bevölkerung den Wahlkreis hinzugibt. Die Stimmenzuwachsparadoxie erscheint hier also in Gestalt einer „Bevölkerungszuwachsparadoxie". Solche Gegenläufigkeiten konnten vielfach beobachtet werden, als ab der 10. Wahlperiode mit dem Hare/Niemeyer-Verfahren gerechnet wurde. Dies veranlasste den Bundestag 2008, das Hare/Niemeyer-Verfahren abzuschaffen und durch die Divisormethode mit Standardrundung zu ersetzen.

Die Parteienzuwachsparadoxie ist diffiziler als die beiden erstgenannten Paradoxien. Ein einfacher Fall tritt auf, wenn zu einer Gruppe von Altparteien eine Zwergpartei hinzutritt, die auf Grund ihrer Schwäche unmöglich einen Sitz erringen kann. Wird nun die Sitzzuteilung für die Altparteien berechnet, ohne die Zwergpartei zu berücksichtigen, kommt das eine Ergebnis heraus. Wird aber die Zwergpartei in der Rechnung mitgeführt, kommt ein anderes Ergebnis heraus. Der Zwiespalt, ob aussichtslose Zwergparteien in der Rechnung mitzuführen sind oder nicht, kann bei Quotenmethoden einen Unterschied machen, bei Divisormethoden jedoch nicht.

Zuteilungsmethoden, die immun sind gegen die Parteienzuwachsparadoxie, heißen „kohärent". Man kann zeigen, dass kohärente Zuteilungsmethoden auch gegen die Stimmenzuwachsparadoxie und gegen die Mandatszuwachsparadoxie immun sind. Ein Hauptergebnis der Mathematik von Zuteilungsmethoden ist der Kohärenzsatz von Balinski und Young: Eine Zuteilungsmethode ist kohärent genau dann, wenn sie eine Divisormethode ist.[11] Die Bedeutung des Satzes liegt in der Botschaft, dass Mandatszuwachsparadoxie, Stimmenzuwachsparadoxie und Parteienzuwachsparadoxie skurrile Krankheiten sind, die nur Quotenmethoden befallen, nicht aber Divisormethoden.

10 Die aktuelle Wahlrechtsdiskussion

Was die aktuelle Diskussion zum Wahlsystem für den Deutschen Bundestag angeht, wird sie nicht mehr wie früher durch die Suche nach einem geeigneten Zuteilungsverfahren bestimmt. Die Abfolge von D'Hondt über Hare/Niemeyer zu Sainte-Laguë/Schepers (Divisormethode mit Standardrundung) scheint einen stabilen Zustand erreicht zu haben.

Die aktuellen Diskussionen kreisen um die Frage der Bundestagsgröße. Dazu müssen wir etwas weiter ausholen. Das Bundeswahlgesetz will eine „mit der Perso-

[11] Siehe Theorem 9.4 in [12]; dort werden auch Gleichstände und Bindungen berücksichtigt. Gleichstände und Bindungen können zu vertieften Untersuchungen Anlass geben [16].

nenwahl verbundene Verhältniswahl“ etablieren. Dieses Ziel nennt drei Elemente: die Personenwahl, die Verhältniswahl und die Verbindung der beiden Komponenten. Die mangelhafte Ausgestaltung dieser Verbindung ist verantwortlich für die Übergröße des Bundestages.[12]

Was macht das Gesetz derzeit? Die Grundidee, wie die Verbindung von Personen- und Verhältniswahl herstellt wird, ist überzeugend: Die Ergebnisse der Personenwahl, die mit unseren Erststimmen zu Stande kommen, gehen als Mindestbedingungen in die Verhältnisrechnung ein, mit der die Zweitstimmen ausgewertet werden. Die Verhältnisrechnung wird also so eingerichtet, dass jeder Bundespartei und jeder ihrer Landeslisten mindestens so viele Sitze zugeteilt werden, wie die Direktmandatsgewinne in Bund und Ländern vorgeben.

Rechnerisch ist es einfach, Divisormethoden so zu modifizieren, dass sie mit Mindestbedingungen zurecht kommen. Diese Modifikation wird vom Gesetz berücksichtigt. Auf Bundesebene werden die Sitze den Parteien mit der bekannten (das heißt: nicht-bedingten) Divisormethode mit Standardrundung zugeteilt. Diese „Oberzuteilung“ sichert auf parteipolitischer Ebene makellose Verhältnismäßigkeit mit Sicht auf die Zweitstimmen. Danach kommt es für jede Partei, die mit zwei oder mehr Landeslisten antritt, zu einer „Unterzuteilung“ der bundesweiten Sitze an die Landeslisten. Die Unterzuteilung wird nicht mit der originären Divisormethode mit Standardrundung vollzogen, sondern mit der direktmandatsbedingten Modifikation. Die Modifikation stellt sicher, dass jede Landesliste mindestens so viele Sitze bekommt, wie es die dortigen Direktmandatsgewinne erfordern.

Wo liegt dann das Problem? Bei einer Rechenaufgabe mit Nebenbedingungen muss als erstes gezeigt werden, dass die Lösungsmenge nichtleer ist. Also beginnt das Gesetz mit einer Vorabkalkulation der Bundestagsgröße, die garantiert, dass in den nachfolgenden Schritten alle Nebenbedingungen erfüllbar sind.

Hier liegt der Hase im Pfeffer: Die derzeitige Vorabkalkulation fällt allzu großzügig aus. Schon der amtierende Bundestag macht das klar. Die gesetzliche Regelung etablierte 631 Sitze, obwohl die Regelgröße von 598 Sitzen durchaus hinreichend gewesen wäre. Wendet man das jetzige Gesetz auf frühere Bundestagswahlen an, wäre *bei allen Wahlen* die Regelgröße deutlich übertroffen worden.

Es bleibt also spannend – der nächste Bundestag könnte so viele Abgeordnete haben wie nie zuvor in seiner Geschichte. Vielleicht wird dann in den Zeitungen stehen, dass eine

> „Lösung wäre, das Verfahren der Vorabkalkulation durch ein anderes zu ersetzen, das aber schwer zu finden sein dürfte.“

Das wäre eine Einladung, in Niemeyers Fußstapfen zu treten und auf sparsamere Vorabrechnungen hinzuweisen, die die gesetzliche Regelgröße von 598 Sitzen ernst nehmen.

[12] Die jüngeren Novellierungen sind durch Irrungen und Wirrungen gekennzeichnet, die teilweise eine spannende Geschichte ergeben [2, Abschn. 8.5].

11 Leben und Werk von Horst Niemeyer

Horst Friedrich Niemeyer wurde am 30. Juni 1931 als Sohn eines Tierarztes in Düsseldorf geboren, wo er zunächst auch die Scharnhorst-Schule besuchte. Nachdem er 1951 das Abitur am Pädagogium in Godesberg abgelegt hatte, nahm er 1952 das Studium der Mathematik und der Physik an der Universität Bonn auf, welches er im Mai 1956 mit dem Staatsexamen in beiden Fächern erfolgreich abschloss.

Anschließend wurde Niemeyer Assistent am Institut für Reine und Angewandte Mathematik der RWTH Aachen und bereits 1958 bei Claus Müller promoviert. Sein mathematisches Interesse galt den Lösungen von Schwingungsgleichungen – genauer, ihren asymptotischen Eigenschaften, den Eigenschwingungen oder auch konstruktiven Approximationsverfahren. Im Jahr 1963 wurde er habilitiert, und in den akademischen Jahren 1959/60 sowie 1966/67 war er für längere Forschungsaufenthalte am Courant-Institute der New York University sowie am Stevens Institute of Technology in Hoboken, New Jersey, beurlaubt.

Im Jahre 1967 folgte Niemeyer dem Ruf an die Philipps-Universität Marburg auf das Ordinariat im Institut für Instrumentelle und Angewandte Mathematik. Gleichzeitig war er auch Direktor der Zentralen Rechenanlage, dem Vorläufer des Hochschulrechenzentrums (HRZ). Im Jahr 1973 nahm Niemeyer einen Ruf auf einen Lehrstuhl für Mathematik an der RWTH Aachen an, den er bis zu seiner Emeritierung 1996 innehatte. Neben seinen Aufgaben in Forschung und akademischer Selbstverwaltung widmete sich Niemeyer insbesondere der Mathematik-Ausbildung für Studierende der Ingenieurwissenschaften. Nach langen Jahren schwerer Krankheit starb Horst Niemeyer am 31. Oktober 2007 auf einer Reise in Perth, Australien.

Ein Marburger Kollege bezeichnete Horst Niemeyer als einen „geborenen Diplomaten", der insbesondere im Umgang mit Studierenden in den unruhigen Zeiten nach 1968 ein glückliches Händchen hatte. Es ist überliefert, dass er es in Marburg vermochte, die Studierenden von der Notwendigkeit von Klausuren zu überzeu-

Abb. 1 Porträt von H. Niemeyer. (© Privatbesitz der Tochter Prof. Alice Niemeyer, Aachen)

gen (was keine Selbstverständlichkeit war) und dass die Aachener Studierenden der Elektrotechnik ihn sogar um freiwillige Zusatzvorlesungen baten.

Dieses diplomatische Geschick kam ihm sicher bei seinem Einsatz für mathematisch fundierte Wahlverfahren zu Gute. Liest man etwa exemplarisch das Protokoll [7] der Anhörung beim Niedersächsischen Landtag vom März 1977, so ist es bemerkenswert, mit welcher Klarheit, Geduld und Sachlichkeit Horst Niemeyer es verstand, den Parlamentariern die nicht so einfachen mathematischen Sachverhalte zu erläutern. Ebenso ringt es einem Anerkennung ab, wie sehr sich die Parlamentarier um Verständnis aller Aspekte der Frage bemühten.

Danksagung Unser herzlicher Dank für die Unterstützung bei der Vorbereitung dieses Artikels geht an Professor Dr. Alice Niemeyer und Wolfgang Krass (RWTH Aachen), Professor Dr. Wolfgang Gromes (FB Mathematik und Informatik der Philipps-Universität Marburg) sowie die Archive des Deutschen Bundestages und des Niedersächsischen Landtages.

Anhang

Lehrstuhl für Instrumentelle
und Angewandte Mathematik
355 Marburg/Lahn
Neue Kasseler Straße 4

16.10.1970

NIE/hh

An das
Präsidium des
Deutschen Bundestag
An den
Geschäftsordnungsausschuß
des Deutschen Bundestags

53 Bonn
Bundeshaus

Deutscher Bundestag
Direktor
1970 NOV 2 16:43

Betr: Besetzung der Ausschüsse nach dem sogenannten d'Hondtschen Höchstzahlenverfahren.

Angeregt durch einen Artikel in der FAZ vom 14. Oktober ("Regierungsmehrheit heißt nicht Ausschußmehrheit") habe ich mich etwas eingehender mit dem d'Hondtschen Höchstzahlenverfahren beschäftigt. Eine mathematische Analyse dieses Verfahrens - auf die ich hier nicht eingehen will - zeigt bald, daß das d'Hondtsche Verfahren keine völlig gerechte Verteilung von Ausschußsitzen o.dgl. ermöglicht. Vielmehr begünstigt das d'Hondtsche Verfahren eindeutig die großen Fraktionen und benachteiligt die kleinen. Ich will das an einigen Beispielen erläutern:

1) (Diesem Beispiel liegen die Zahlen des FAZ - Artikels zugrunde)

CDU 253 Abgeordnete
SPD 237 Abgeordnete
FDP 28 Abgeordnete
Ausschußstärke 17 Mitglieder

a) Nach dem d'Hondtschen Verfahren entfallen auf:

die CDU 9 Mitglieder
die SPD 8 Mitglieder
die FDP 0 Mitglieder
(letzte Höchstzahl 28,11 von der CDU)

Abb. 2 Der Brief von Niemeyer an die Bundestagverwaltung (3 Seiten)

- 2 -

b) Rechnet man die genauen Proportionalzahlen für die Sitze in einem Ausschuß von insgesamt 17 Mitgliedern aus, so ergeben sich folgende Zahlen:

CDU $\frac{253}{518} \cdot 17 = 8{,}3o3$ Sitze

SPD $\frac{237}{518} \cdot 17 = 7{,}778$ Sitze

FDP $\frac{28}{518} \cdot 17 = o{,}919$ Sitze

zusammen = 17 Sitze

Es ist offensichtlich, daß der FDP nur der Bruchteil o,o81 zu einem vollen Sitz, der SPD der Bruchteil o,222 zu einem vollen (weiteren) Sitz und der CDU der Bruchteil o,697 zu einem vollen (weiteren) Sitz fehlt. Daher ist es (mathematisch) gerecht, der FDP und der SPD je einen weiteren Abgeordneten im Ausschuß zuzubilligen, so daß die Verteilung (im Gegensatz zum d'Hondtschen System) so aussehen würde:

CDU 8 Mitglieder
SPD 8 Mitglieder
FDP 1 Mitglied.

2.) Die Abgeordnetenzahlen seien unverändert (CDU 253, SPD 237, FDP 28 Abgeordnete), die Ausschußstärke sei 33 Mitglieder.

a) Nach dem d'Hondtschen Verfahren ergibt sich folgende Zusammensetzung des Ausschußes:

CDU 17 Mitglieder (letzte Höchstzahl 14,88)
SPD 15 Mitglieder
FDP 1 Mitglied

b) Die genauen Proportionalzahlen lauten in diesem Fall:

CDU $\frac{253}{518} \cdot 33 = 16{,}118$ Sitze

SPD $\frac{237}{518} \cdot 33 = 15{,}o98$ Sitze

FDP $\frac{28}{518} \cdot 33 = 1{,}784$ Sitze

Abb. 2 (Fortsetzung)

- 3 -

Offensichtlich hat die FDP den größten Bruchteil "hinter dem Komma", so daß eine gerechte Verteilung so aussehen würde:

CDU 16 Sitze
SPD 15 Sitze
FDP 2 Sitze

Die Zahl dieser Beispiele läßt sich beliebig vermehren. Im allgemeinen zeigt sich, daß das d'Hondtsche System zu keiner (mathematisch) gerechten Lösung führt, da es die großen Fraktionen bevorzugt, die kleinen benachteiligt. Dies läßt sich auch theoretisch begründen.

Ein mathematisch gerechtes Verfahren ist nach den obigen Beispielen leicht anzugeben:

Es seien k Fraktionen gegeben ~~mit~~ mit jeweils P_ν (ν = 1,2,...,k) Abgeordneten. $N=P_1+\ldots+P_k$ sei die Gesamtzahl der Abgeordneten. Man bilde für einen Ausschuß der Gesamtstärke A die genauen Proportionalzahlen.

$$r_1 = \frac{P_1}{N} A\,,\; r_2 = \frac{P_2}{N} A,\; \ldots,\; r_k = \frac{P_k}{N} A$$

1. Schritt:

Jeder Fraktion gebe man den ganzzahligen Anteil dieser Proportionalzahlen, d.h.

$$[r_1] \text{ bzw. } [r_2] \,, \ldots \text{ bzw. } [r_k]$$

Sitze im Ausschuß. (r bedeutet die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich r ist)

2. Schritt:

Die Übrigbleibenden "Rest" (im letzten Beispiel also die Zahlen o,784; o,188; o,098) ordne man der Größe nach und vergebe nach dieser Ordnung die noch fehlenden Ausschußsitze,

Auf Wunsch bin ich gerne bereit, weitere Einzelheiten der erwähnten Analyse des d'Hondtschen Verfahrens mitzuteilen.

Hochachtungsvoll

Abb. 2 (Fortsetzung)

Literatur

1. Balinski, M., Young, P.: Fair representation – meeting the ideal of one man, one vote. Yale University Press, New Haven (1982). Second Edition (with identical pagination), Washington DC (2001)
2. Behnke, J., Grotz, F., Hartmann, C.: Wahlen und Wahlsysteme. De Gruyter Oldenbourg, Berlin (2017)
3. Fromme, F.K.: Regierungsmehrheit heißt nicht Ausschußmehrheit. Frankfurter Allgemeine Zeitung, 14. Oktober 1970, Seite 3 (1970). www.uni-marburg.de/fb12/historie/biographisches/. Zugegriffen: 01.07.2017
4. Gfeller, J.: Du transfert des suffrages et de la répartition des sièges complémentaires. Représent Proportionnelle **9**, 120–131 (1890)
5. Hermsdorf, F.: Demokratieprinzip versus Erfolgswertgleichheit. Verfahren der Mehrheitstreue bei Parlamentswahlen. Z Parlamentsfragen **40**, 86–95 (2009)
6. Niemeyer, H.F.: An das Präsidium des Deutschen Bundestag. Brief vom 26. Oktober 1970 (1970). www.uni-augsburg.de/bazi/Niemeyer1970.pdf. Zugegriffen: 01.07.2017
7. Niemeyer, H.F.: Anhörung beim Niedersächsischen Landtag am 23. März 1977 und Ergänzungsschreiben vom 31. März 1977 (1977). www.uni-augsburg.de/bazi/Niemeyer1977.pdf. Zugegriffen: 01.07.2017
8. Niemeyer, H.F.: Verhältniswahlverfahren. Math Lehren **88**, 59–65 (1998)
9. Niemeyer, H.F., Niemeyer, A.C.: Apportionment methods. Math Soc Sci **56**, 240–253 (2008)
10. Niemeyer, H.F., Wolf, G.: Über einige mathematische Aspekte bei Wahlverfahren. Z Angew Math Mech **64**, T340–T343 (1984)
11. Pukelsheim, F.: Sitzzuteilungsmethoden. Springer, Berlin (2015)
12. Pukelsheim, F.: Proportional Representation, 2. Aufl. Springer, Cham (2017)
13. Schindler, P.: Datenhandbuch zur Geschichte des Deutschen Bundestages 1949 bis 1982. Presse- und Informationszentrum des Deutschen Bundestages, Bonn (1983)
14. Schwingenschlögl, U.: Verzerrung des Wählerwillens als Folge der Sitzzuteilung bei Verhältniswahlen. Math Semesterber **55**, 43–55 (2008)
15. Stigler, S.M.: Stigler's law of eponymy. In: Science and social structure. A Festschrift for Robert K. Merton Transactions of the New York academy of sciences series II, Bd. 39, S. 147–157. (1980)
16. Wille, R.: Zuteilungsfolgen beim D'Hondtschen Verfahren. Math Semesterber **29**, 26–48 (1982)