



Foto: Medienstern Zürich

Zürcher Zuteilung

Wie die Stochastik einer alten Demokratie ein neues Wahlsystem beschert

Von Friedrich Pukelsheim

Am Sonntag, dem 28. September 2008, waren im schweizerischen Kanton Schaffhausen die Bürgerinnen und Bürger aufgerufen, ihren Kantonsrat neu zu wählen. Dabei wurde ein neues Wahlverfahren genutzt, das in einem Volksentscheid erst jüngst das Vertrauen der Bürger erhalten hat-

te. Es setzt bei der Zuteilung von Wählerstimmen zu Parlamentssitzen auf eine neue Rechenmethode, die ihren Weg aus der Werkstatt der Wissenschaft direkt in die Welt der Politik gefunden hat.

Erprobt wurde das neue Wahlsystem 2004 im Kanton Zürich. Inzwischen ist es in der Schweiz nicht nur mehrfach genutzt worden, sondern auch breit akzeptiert. Das „Neue

Zürcher Zuteilungsverfahren“ – von Wahlmathematikern auch „biproportionale Divisormethode mit Standardrundung“ genannt – kommt den volksnahen Demokratievorstellungen der Schweiz und den Erwartungen an Verhältniswahlen besonders entgegen. Dies zeigen etwa die Zürcher Kantonsratswahlen vom 15. April 2007, die hier als Beispiel dienen.

Wie in anderen Kantonen hat es auch in Zürich eine lange Tradition, dass der gesamte Kanton für die Wahl des Kantonsrates in Wahlkreise untergliedert wird. In der Mitte jeder Legislaturperiode werden die 180 Kantonsratssitze im Verhältnis der Bevölkerungsstärken den 18 Wahlkreisen zugeteilt. Derzeit entfallen auf den kleinsten Wahlkreis (Andelfingen) vier und auf den größten (Bülach) 17 Sitze.

Die Wahl in den kleinen Kreisen war bislang mit einem großen Problem verknüpft. Denn wenn etwa nur

Links: Gemeinderatssitzung im Zürcher Rathaus. Bei der Gemeinderatswahl vom 12. Februar 2006 feierte das neue Zuteilungsverfahren seine Premiere. Unten: Momentaufnahme vom Wahlabend.

vier Sitze zu vergeben sind, aber neun oder mehr Parteien kandidieren, dann müssen notgedrungen die Wählerinnen und Wähler von mehr als der Hälfte der Parteien leer ausgehen. Schon der gesunde Menschenverstand argwöhnt, dass das Ziel einer verhältnismäßigen Repräsentation nur erreicht werden kann, wenn – pointiert gesagt – in einem solchen Fall der Begriff der Verhältnismäßigkeit arg strapaziert wird. Allerdings ist nicht der gesunde Menschenverstand ausschlaggebend, sondern das, was die Verfassungsgerichte sagen.

Das Schweizerische Bundesgericht befand 2002, dass der verfassungsmäßige Anspruch der Bürger auf ein Verhältniswahlsystem in der Tat dann verletzt ist, wenn die Wahlkreise zu klein werden und darum dort für die Verhältnisrechnung zu wenig Sitze zur Verfügung stehen. Begründung der Richter: Der verbürgte Gleichheitsanspruch, den die Wählerinnen und Wähler bei einer Verhältniswahl geltend machen können, dürfe nicht pro Wahlkreis in 18 unterschiedliche Ausprägungen zerfallen. Ein Wähler müsse keine Nachteile hinnehmen, nur weil er in einem kleinen Wahlkreis wohnt. Der Gleichheitsanspruch sei für alle Wählerinnen und Wähler überall im Wahlgebiet, also im gesamten Kanton Zürich, maßgeblich. Deshalb muss das Wahlsystem, soweit praktisch umsetzbar, diesem Gleichheitsanspruch gerecht werden. Nach diesem wegweisenden Urteil sah sich der Kanton Zürich gezwungen, sein Wahlsystem zu novellieren. Zugespielt formuliert: Entweder die kleinen Wahlkreise mussten weg oder eine andere Lösung musste her.

An dieser Stelle konnte die Mathematik ihren Beitrag leisten. Denn ein besseres Wahlverfahren, das die erkannten Schwächen überwindet, war etwa zehn Jahre vorher in der mathematischen Wissenschaft entwickelt worden. Der Mathematiker

Michel Balinski von der École Polytechnique in Paris hatte eine doppeltproportionale Sitzzuteilungsmethode beschrieben und anhand empirischer Wahldaten aus Mexiko beispielhaft vorgestellt. Als Christian Schuhmacher, Leiter des Gesetzgebungsdienstes des Kantons Zürichs, den Autor, Mathematiker an der Universität Augsburg, um Rat fragte, konnte Balinskis Methode mit wenigen Handgriffen zum „Neuen Zürcher Zuteilungsverfahren“ fortentwickelt werden.

Das neue Verfahren vollzieht die Sitzzuteilung in zwei Schritten. Zunächst gibt es eine „Oberzuteilung“ im gesamten Wahlgebiet, bei der die 180 Gesamtsitze den Parteien im Verhältnis ihrer Wählerzahlen zugeteilt werden. Dazu werden die Wählerzahlen der Parteien durch einen gemeinsamen Wahlschlüssel geteilt und zur nächstgelegenen Sitzzahl gerundet. Bei der Wahl 2007 diente als Wahlschlüssel ein „Kantonsdivisor“ von 1531. Da nach Teilung der Wählerzahlen durch den Wahlschlüssel gebrochene Quotienten herauskommen, müssen diese zur nächstgelegenen Sitzzahl gerundet werden. Der Kantonsdivisor wird vom Wahlleiter

so festgelegt, dass die 180 Gesamtsitze in der Summe genau ausgeschöpft werden.

Ergebnis: Jeder Wähler geht in diese Rechnung mit demselben Gewicht ein. Ob er in einem kleinen oder großen Wahlkreis wohnt, spielt keine Rolle mehr. Dem verfassungsrechtlichen Gleichheitsgrundsatz wird damit entsprochen. Zudem ist das Verfahren überaus einsichtig und nachvollziehbar. Da alle Wählerzahlen durch denselben Wahlschlüssel geteilt werden, bleiben die gegenseitigen Größenverhältnisse unangetastet. Damit wird die Idee der Proportionalität umgesetzt. Weil aber nur ganze Sitze vergeben werden können, kommt noch der abschließende Rundungsschritt zu.

Für die weitere „Untertzuteilung“ der Sitze an die Parteilisten in den einzelnen Wahlkreisen gibt es verschärfte Anforderungen. Denn einerseits sollen nach wie vor die vorgegebenen Wahlkreisgrößen eingehalten werden. Andererseits kommen jetzt die gerade in der „Oberzuteilung“ ausgerechneten gesamtkantonalen Parteesitze hinzu. Erstaunlicherweise bedarf das Sys-



Foto: Zachariassen

Aufbruch in Zentralasien

Wie die Wissenschaft in Kasachstan und Usbekistan internationalen Anschluss sucht

Von Hans-Dieter Bienert

Vergehlich sucht der Blick nach Wasser – und verliert sich in einer endlos scheinenden wüstenhaften Steppe. Wären da nicht die zahlreichen vor sich hin rostenden Schiffswracks, die die Aufmerksamkeit auf sich ziehen (siehe Foto), und Abertausende von kleinen Muschelschalen, man käme nicht auf die Idee, auf dem ehemaligen Grund des Aralsees zu stehen – einst das viertgrößte Binnengewässer der Erde.

Seit 1960 hat sich dessen Wasserfläche auf ein Viertel verkleinert, das heißt auf drei kleinere Seen mit einer Ausdehnung von etwa 20000 Quadratkilometern. Dies weiß der

Historiker Professor Makset Karlibaev, Mitglied der usbekischen Akademie der Wissenschaften, einer DFG-Delegation zu erläutern, die im Mai 2008 die westusbekische Kleinstadt Munjak besuchte. Ein Grund für die ökologische Katastrophe sei die massive Ausweitung der Bewässerungsflächen für Baumwoll-Monokulturen und Reisanbau in der Region. Die Folgen sind verheerend: Mit Pestizidrückständen kontaminierter Salzstaub aus den trockengefallenen Flächen und das verseuchte Trinkwasser verursachen große Gesundheitsprobleme.

Eine Vielzahl internationaler Forschungsprojekte hat sich inzwischen dieses Problems angenommen. So konnten erst jüngst deutsche Archäologen zeigen,

dass es bereits seit dem 4. Jahrhundert v. Chr. zu starken Absenkungen des Wasserstandes kam – nicht zuletzt durch Eingriffe von Menschenhand.

Bei ihrer Reise durch Usbekistan und Kasachstan versuchte die DFG-Delegation aus drei Fachwissenschaftlern und drei Vertretern der Geschäftsstelle, die Kontakte zu Forschern und Wissenschaftsorganisationen auszubauen – und

schungsbasis und Unterstützung vor Ort, sondern hilft auch bei Kontakten mit den usbekischen Behörden, die ausländischen Aktivitäten mitunter reserviert gegenüberstehen.

Auch in der kasachischen Forschung ist der Aufbruch zu spüren. Vor allem die jungen Universitäten wollen sich gezielt und schnell internationale Standards zu eigen machen. Sie sind der Motor in der

Entwicklung ihres Landes. Wenngleich bisher der Blick oft in Richtung USA ging, sind die Wissenschaftler verschiedener Disziplinen auch sehr an einer Intensivierung der Zusammenarbeit mit europäischen Ländern interessiert.

Jüngstes Beispiel aus der Archäologie sind die

Ausgrabungen, die Berliner Forscher aus dem Exzellenzcluster „Topoi – The Formation and Transformation of Space and Knowledge in Ancient Civilizations“ gemeinsam mit kasachischen Wissenschaftlern im antiken Kurgan, am Rande der früheren Hauptstadt Almaty, begonnen haben. Weitere Forschungsprojekte, auch in Usbekistan, sind geplant oder konnten auf der Reise bereits konkretisiert werden. Die Kooperationen sollen weiter ausgebaut und gezielt unterstützt werden – im Interesse der Wissenschaft und der Verbindung dieser Region mit Europa.

Dr. Hans-Dieter Bienert ist Programm- und Projektdirektor in der Gruppe Geistes- und Sozialwissenschaften der DFG.



Foto: Bienert

	SVP	SP	FDP	Grüne	CVP	glp	EVP	EDU	AL	Kantonsdivisor	
Oberzuteilung im gesamten Wahlgebiet											
[Wählerzahl / Kantonsdivisor -> Parteisitze]											
Kanton Zürich	180	85056-56	54363-36	44622-29	29155-19	20235-13	16071-10	14608-10	7865-5	3532-2	1531
Untorzuteilung an die Wahlkreise											
[Stimmzahl / (Wahlkreisdivisor x Parteidivisor) -> Wahlkreissitze]											
Stadt Zürich, Kreise 1&2	5	7896-1	10749-2	8460-1	5241-1	2649-0	2215-0	679-0	413-0	850-0	6400
Stadt Zürich, Kreise 3&9	12	47555-3	54764-3	15438-1	24609-2	16226-1	10255-1	8042-0	1829-0	6322-1	16100
Stadt Zürich, Kreise 4&5	5	4183-1	9220-2	1890-0	5827-1	1231-0	2124-0	312-0	102-0	2606-1	5000
Stadt Zürich, Kreise 6&10	9	27483-2	41117-3	20345-1	21607-1	9041-1	9159-1	5017-0	1194-0	3872-0	15000
Stadt Zürich, Kreise 7&8	7	13793-1	19537-2	21011-2	15182-1	5741-1	6405-0	2995-0	496-0	1735-0	12000
Stadt Zürich, Kreise 11&12	12	47929-4	42863-3	16143-1	16368-1	13339-1	7208-1	6638-1	2572-0	2126-0	12000
Bezirk Dietikon	11	57231-4	26684-2	25153-2	10047-1	16580-1	4333-0	6269-1	1906-0	981-0	12500
Bezirk Affoltern	6	19914-2	11816-1	12410-1	4651-1	3499-0	3927-0	4923-1	2163-0	316-0	9100
Bezirk Horgen	15	106836-4	62794-2	78517-4	37310-1	32885-2	18088-1	20059-1	7089-0	2190-0	24600
Bezirk Meilen	13	105029-4	52763-2	88948-3	20940-1	22387-1	20755-1	11895-0	9507-1	1016-0	28000
Bezirk Hinwil	11	67980-4	27705-1	24812-1	20718-1	17620-1	10231-1	14428-1	15379-1	1138-0	18400
Bezirk Uster	16	120851-5	64071-2	55030-3	24819-1	24893-1	45108-2	15894-1	12036-1	2250-0	24400
Bezirk Pfäffikon	7	32800-3	12988-1	11569-1	12146-1	4968-0	3512-0	8561-1	4178-0	317-0	12700
Winterthur-Stadt	13	70175-3	64288-3	39605-2	37676-2	25834-1	14670-1	20193-1	7976-0	6637-0	24000
Winterthur-Land	7	34299-3	12341-1	12112-1	7777-1	5371-0	3305-0	8761-1	3322-0	316-0	13000
Bezirk Andelfingen	4	12845-2	4019-1	5122-1	3143-0	897-0	954-0	1534-0	1298-0	444-0	7000
Bezirk Bülach	17	140090-6	67833-3	55185-3	33619-1	25010-1	20238-1	23301-1	13584-1	1587-0	23000
Bezirk Dielsdorf	10	57674-4	21520-2	15743-1	12294-1	8485-1	6820-0	4713-0	4943-1	439-0	13000
Parteidivisor		1.02	1.07	0.91	1.013	0.89	1.1	1	0.67	0.7	

SVP Schweizerische Volkspartei
 SP Sozialdemokratische Partei
 FDP Freisinnig-Demokratische Partei
 Grüne Grüne
 CVP Christlichdemokratische Volkspartei
 glp Grünliberale Partei
 EVP Evangelische Volkspartei
 EDU Eidgenössische Demokratische Union
 AL Alternative Liste / PdA

Kantonsratswahlen Zürich am 15. April 2007. Jeder Wähler hat so viele Stimmen, wie im Wahlkreis Sitze zu vergeben sind (linke Spalte: 5, 12, 5, usw.). Um die Wählerzahl zu erhalten, die im Wahlkreis hinter einer Partei steht, wird die Stimmzahl durch die Wahlkreisgröße geteilt und standardgerundet (7896/5 = 1579.2 -> 1579, 47555/12 = 4094.52 -> 4095, usw.). Gesamtkantonale ergeben sich die Wählerzahlen 85056 für die SVP, 54363 für die SP, usw. (erste Zeile). Bei 180 Gesamtsitzen entfällt somit in der Oberzuteilung auf je 1531 Wähler rund ein Sitz (85055/1531 = 55.55 -> 56, 54363/1531 = 35.51 -> 36, usw.). In der Untorzuteilung sind die Wahlkreisdivisoren (rechte Spalte) und die Parteidivisoren (letzte Zeile) so berechnet, dass sowohl die Wahlkreisgrößen als auch die kantonsweiten Parteisitze genau ausgeschöpft werden. Dazu werden die Stimmzahlen durch beide Divisoren geteilt und dann standardgerundet: 7896/(6400x1.02) = 1.2 -> 1, 47555/(16100x1.02) = 2.9 -> 3, usw.

Tabelle: Pukelsheim

tem nur weniger Modifikationen, die sich zudem noch als sehr plausibel darstellen, um die gestiegenen Anforderungen zu erfüllen.

Dass in den Wahlkreisen die neun konkurrierenden Parteien verhältnismäßig repräsentiert werden, wird durch „Wahlkreisdivisoren“ sichergestellt, die es schon immer gab. Um innerhalb einer Partei die 18 Wahlkreislisten in ihrer Verhältnismäßigkeit so zu berücksichtigen, dass die gesamtkantonalen Parteisitze ausgeschöpft werden, werden zusätzliche Wahlschlüssel eingeführt, die „Parteidivisoren“. Ansonsten folgt die Rechnung dem Gang wie vorher. Die Stimmzahlen werden durch die ihnen zugehörigen Wahlkreis- und Parteidivisoren geteilt und zur nächstgelegenen Sitzzahl gerundet.

Der Beitrag der Mathematik ist auf zwei Ebenen zu erkennen: Zum einen muss garantiert sein, dass die Wahlschlüssel (Kantonsdivisor, Wahlkreisdivisoren, Parteidivisoren) sich schnell berechnen lassen. Angesichts des heutigen Wissens über Algorithmen und deren Umsetzung auf Computern ist das kein Problem.

Zum anderen liefert die Mathematik strukturelle Aussagen, die verstehen helfen, warum das neue doppelproportionale Verfahren im Licht der Wahlpraxis so gut dasteht.

Eine der überzeugendsten Struktureigenschaften ist die der „Kohärenz“, das meint den Zusammenhang des Gesamtproblems mit den darin enthaltenen Teilproblemen. Denn wenn ein Sitz umstritten ist, sind es meist nicht alle Parteien oder Wahlkreise, die streiten, sondern nur einige wenige. Wenn diese die ihnen zustehenden Sitze neu verteilen wollten und auch für diese Neuverteilung die doppelproportionale Methode verwenden, endet das Verfahren mit genau denselben Sitzzahlen wie vorher.

Genauer besagt die Eigenschaft der „Kohärenz“: Teilprobleme, die sich aus dem Gesamtproblem herausziehen lassen, führen zu denselben Sitzzahlen, die das Gesamtproblem liefert. Mit wem auch immer eine unzufriedene Partei sich vergleicht – selbst mit dem schärfsten Konkurrenten –, rein rechnerisch

hat alles seine Ordnung. Dies führt zu einer Konfliktentschärfung – zur „streitmindernden Kohärenz“, die das Neue Zürcher Zuteilungsverfahren besonders auszeichnet.

Doch strukturelle Eleganz und mathematische Transparenz sind kein Selbstzweck! Sie müssen sich in das gewachsene Wahlsystem einfügen. Dafür sind die historischen Wurzeln wichtig, ebenso die verfassungsrechtlichen Vorgaben wie auch die jeweiligen gesellschaftspolitischen Ziele. Dass auch in einem betont traditionsbewussten Umfeld Modernisierungen des politischen Wahlsystems zügig realisiert werden können und eine breite politische und öffentliche Akzeptanz finden, dafür liefert die Schweiz ein Paradebeispiel.

Prof. Dr. Friedrich Pukelsheim forscht und lehrt an der Universität Augsburg.

Adresse: Institut für Mathematik/Lehrstuhl für Stochastik und ihre Anwendungen, Universitätsstraße 14, 86159 Augsburg

Die Studien wurden von der DFG im Normalverfahren gefördert.

forschung

Das Magazin der Deutschen Forschungsgemeinschaft



3/2008 ▶ Seen in der Sahara ▶ Der Komponist mit dem Januskopf ▶ Signale aus Dahlem ▶ Grenzen überwinden, Freiräume schaffen ▶ Zürcher Zuteilung ▶ Am seidenen Faden der Reproduktion



Im Querschnitt

Erlebnis Mathematik

Ausstellungen, Vorträge und Mitmach-Aktionen: Der Wissenschaftssommer in der Leipziger Innenstadt und die „MS Wissenschaft“ auf Deutschlands Flüssen und Kanälen boten farbige Einblicke in die Welt der Mathematik – viele DFG-Projekte waren dabei. **Seite 26**

Stelldichein für Europas Forscher

Mit dem dritten Euroscience Open Forum (ESOF) fand das größte interdisziplinäre Treffen der europäischen Wissenschaft in Barcelona statt. Die Resonanz war überwältigend. **Seite 28**

Exzellenzinitiative: Vor der nächsten Runde

DFG und Wissenschaftsrat haben Eckpunkte für eine Fortführung vorgelegt. Kerngedanke: mehr Wettbewerb und Flexibilisierung. **Seite 30**



Foto: Kröpelin

Mitten in der Sahara: Eine aus zwei Schlauchbooten zusammengebaute Bohrplattform erreicht das Ufer des Yoa-Sees von Ounianga Kebir im Tschad. Die Forscher haben einen neuen Sedimentkern vom Grund des Sees gewonnen.

Der Kommentar

Matthias Kleiner

Faszination Forschung **S. 2**
Big Science und Basis: Was Teilchenbeschleuniger und Koselleck-Projekte verbindet

Naturwissenschaften

Stefan Kröpelin

Seen in der Sahara **S. 4**
Wüstengewässer und ihre Sedimente als Schlüssel zur Klimageschichte

Geisteswissenschaften

Ulrich Konrad

Der Komponist mit dem Januskopf **S. 10**
Musikalisches Schaffen unterm Hakenkreuz – das Beispiel Winfried Zillig

Jahresversammlung 2008

Rembergt Unterstell

Signale aus Dahlem **S. 14**
Forschung muss Barrieren zwischen Fächern, Nationen und Geschlechtern abbauen

Exkurs

Matthias Kleiner

Grenzen überwinden, Freiräume schaffen **S. I–VIII**
Ansprache des DFG-Präsidenten auf der Festversammlung 2008

Biowissenschaften

Alexander Henke, Caroline Michel und Jörg Gromoll

Am seidenen Faden der Reproduktion **S. 18**
Wie Hormone die Fortpflanzung regulieren

Jahr der Mathematik 2008

Friedrich Pukelsheim

Zürcher Zuteilung **S. 22**
Ein innovatives Wahlverfahren aus der Werkstatt der Mathematik

forschung unterwegs

Hans-Dieter Bienert

Aufbruch in Zentralasien **S. 25**
Neue Wege in der Kooperation mit Kasachstan und Usbekistan

Querschnitt

Nachrichten und Berichte aus der DFG **S. 26**